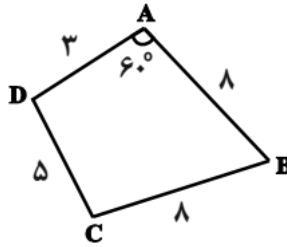
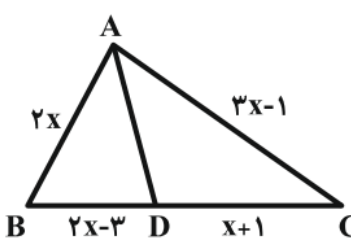


نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

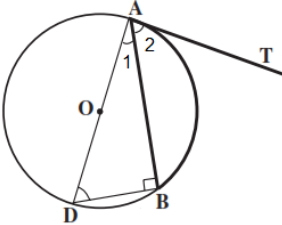
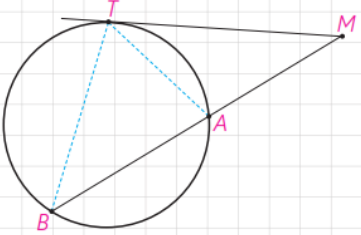
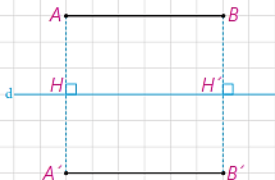
جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد حافظ
 آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

نام درس: هندسه ۲
 نام دبیر: علی بهرمندپور
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۰۸
 ساعت امتحان: ۰۸:۳۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

شماره سؤال	سؤالات	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
		نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
۱	قضیه: ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی برابر نصف کمان روبرو به آن است.				
۲	در شکل روبرو مساحت قطاع $\frac{4\pi}{3}$ است. مساحت قسمت رنگی را بیابید.				
۳	در شکل های روبرو مقدار x و y و z را تعیین کنید.				
۴	قضیه: هرگاه M نقطه ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصلضرب اندازه های دو قطعه قاطع.				
۵	مقدار a را طوری تعیین کنید که اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع های ۹ و ۴ واحد و خط مرکزین ۱۳ واحد برابر $2a + 4$ شود.				
۶	شعاع دایره محاطی بیرونی مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $8\sqrt{3}$ را بیابید.				
۷	ثابت کنید بازتاب یک تبدیل طولپاست.				
۸	دایره ای به شعاع ۶ سانتی متر را در نظر بگیرید. تجانس این دایره را با نسبت های $k = -\frac{1}{3}$ و $k = 3$ به مرکز دایره، رسم نمایید. مساحت بین دو دایره جدید را نیز بدست آورید.				
۹	در شکل زیر فاصله دو نقطه A و B از خط d برابر ۳ و ۸ طول پاره خط AB برابر ۱۳ است. طول کوتاهترین مسیر $MA+MB$ که M روی خط d است، چقدر است؟				
۱۰	قضیه کسینوس ها را بیان و ثابت نمایید.				

ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	<p>مساحت چهارضلعی زیر را بدست آورید.</p> 	۲
۱۲	<p>در مثلث ABC طول نیمساز AD را تعیین کنید.</p> 	۲
۱۳	<p>در مثلث ABC، $AB = 7$ و $AC = 9$ و $BC = 10$ است. طول میانه AM را بدست آورید.</p>	۲



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	از نقطه A قطر دایره را رسم می کنیم. زاویه A_1 و A_2 متمم و همچنین زاویه های A_1 و D متمم هستند. بنابراین دو زاویه A_2 و D برابرند پس:  $\widehat{A_2} = \widehat{D} = \frac{\widehat{AB}}{2}$	
۲	$S = \frac{\pi R^2}{12} = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow R = 4$ $S' = S - S_{ABC} = \frac{\pi R^2}{12} - \frac{16\sqrt{3}}{4}$	
۳	$\begin{cases} \frac{y-x}{2} = 62 \\ y+x = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 118 \\ y = 242 \end{cases}$ $8(z+8) = 6 \times 16 \Rightarrow z = 4$	
۴	مطابق شکل از نقطه M یک خط مماس بر دایره و یک قاطع رسم شده است. طبق حالت دو زاویه (\widehat{M} مشترک و $\widehat{MTA} = \widehat{TBA} = \frac{\widehat{TA}}{2}$) دو مثلث MTA و MTB متشابهند. از نسبت تشابه این دو مثلث داریم:  $\frac{TM}{MB} = \frac{MA}{TM} \Rightarrow MT^2 = MA \times MB$	
۵	$TT' = \sqrt{d^2 - (R_1 - R_2)^2} \Rightarrow 2a + 4 = \sqrt{13^2 - (9-4)^2} \Rightarrow a = 4$	
۶	فرض کنید ABC یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $8\sqrt{3}$ باشد. در نتیجه مساحت این مثلث $S = \frac{\sqrt{3}}{4} (8\sqrt{3})^2 = 48\sqrt{3}$ و محیط آن $P = 12\sqrt{3} \Rightarrow 2P = 24\sqrt{3}$ در نتیجه: $r_a = \frac{S}{P - a} = \frac{48\sqrt{3}}{12\sqrt{3} - 8\sqrt{3}} = \frac{48\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = 12$	
۷	چهار حالت زیر را در نظر می گیریم: الف) پاره خط AB با خط d موازی است. در این حالت یک مستطیل تشکیل می شود که نتیجه می شود: $AB = A'B'$ 	

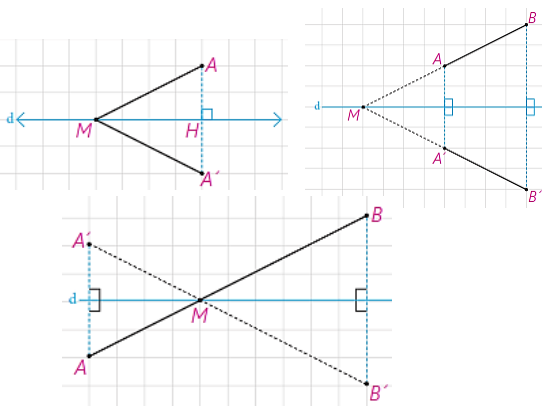
(ب) یک از نقاط انتهایی پاره خط AB روی خط d است.

(ج) پاره خط AB با خط d نه متقاطع است و نه موازی.

(د) پاره خط AB با خط d متقاطع است.

در هر سه حالت با توجه به شکل و همبستگی

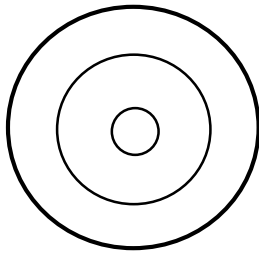
ثابت می شود: $AB = A'B'$



۸

شعاع دایره کوچک: ۳

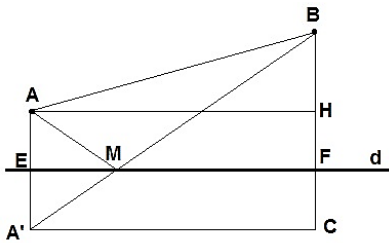
شعاع دایره بزرگ: ۱۸



$$S = 324\pi - 9\pi = 315\pi$$

۹

قرینه A را نسبت به خط d بدست می آوریم. مسیر $AM + MB$ کوتاهترین مسیر مسئله می باشد که طولش با پاره خط $A'B$ برابر است.



$$AB^2 = AH^2 + HB^2 \Rightarrow 13^2 = AH^2 + 5^2 \Rightarrow AH = 12 \Rightarrow AH' = 12$$

$$A'B^2 = A'C^2 + BC^2 \Rightarrow A'B^2 = 12^2 + 9^2 \Rightarrow AM + MB = A'B = 15$$

۱۰

در مثلث ABC، با اضلاع $BC = a$ ، $AC = b$ و $AB = c$ داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

که R شعاع دایره محیطی مثلث است. اثبات صفحه ۶۶ کتاب درسی

۱۱

$$BD^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 3^2 + 8^2 - 2 \times 3 \times 8 \times \frac{1}{2} = 49 \Rightarrow BD = 7$$

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 \times \sin 60^\circ = 6\sqrt{3}$$

$$S_{CBD} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{10 \times 5 \times 3 \times 2} = 10\sqrt{3}$$

$$S = S_{ABD} + S_{BCD} = 6\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

۱۲

باتوجه به قضیه کسینوسها داریم:

$$c^2 = BM^2 + AM^2 - 2BM \times AM \cos M_1$$

$$b^2 = CM^2 + AM^2 - 2CM \times AM \cos(180^\circ - M_1) = BM^2 + AM^2 + 2BM \times AM \cos M_1$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} = \frac{2x}{3x-1} \Rightarrow x = 3$$

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC = 6 \times 8 - 3 \times 4 = 48 - 12 = 36 \Rightarrow AD = 6$$

۱۳

۱۴

$$AM = \sqrt{\frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{2}} = \sqrt{\frac{2(9^2 + 7^2) - 10^2}{2}} = \sqrt{65}$$

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح : علی بهرمندیپور

جمع بارم : ۲۰ شماره