



سروش هدایت

نام آزمون: ریاضی دهم تجربی ۲۶ آذر ۱۴۰۰

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۰۹/۲۶

۶۱- اندازه‌ی دو قطر از متوازی‌الاضلاع ۱۲ و $۸\sqrt{3}$ واحد است. این دو قطر با زاویه‌ی ۶۰° درجه متقاطع هستند. مساحت این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- ① ۴۸ ② ۵۴ ③ ۶۴ ④ ۷۲

۶۲- اگر $A = \frac{\cot 30^\circ - 2 \sin 60^\circ + \tan 45^\circ}{\tan^2 30^\circ - \frac{1}{4} \cos 60^\circ + \cot 45^\circ}$ باشد، حاصل $\frac{13A}{2}$ کدام است؟

- ① $\frac{12}{13}$ ② $\frac{13}{12}$ ③ ۶ ④ $\frac{1}{6}$

۶۳- حاصل عبارت $(\frac{1}{\cos \theta} + 1)(\frac{1}{\cos \theta} - 1)$ کدام است؟

- ① $\tan^2 \theta$ ② $\cot^2 \theta$ ③ $\frac{1}{\sin^2 \theta}$ ④ $\frac{1}{\cos^2 \theta}$

۶۴- حاصل $(\sin 30^\circ + \cos 45^\circ)(\sin 45^\circ - \cos 60^\circ)$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۶۵- علامت کدام یک از گزینه‌های زیر با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

- ① $\sin 75^\circ$ ② $\cos 345^\circ$ ③ $\tan 195^\circ$ ④ $\cot 130^\circ$

۶۶- حاصل عبارت $\sqrt{27} + \sqrt[4]{9}$ کدام است؟

- ① $4\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{3}$

۶۷- اگر $\sin \alpha \cos \alpha > 0$ و $\cos \alpha \tan \alpha < 0$ باشد، آنگاه انتهای کمان در ربع چندم است؟

- ① اول ② دوم ③ سوم ④ چهارم

۶۸- ناظری به فاصله ۳۵ متر از پای ستونی که بر روی آن مجسمه‌ای قرار دارد، ایستاده است. زاویه رویت انتها و ابتدای مجسمه با سطح افق 45° و 40° درجه است. ارتفاع مجسمه کدام است؟ ($\tan 40^\circ = 0.8$)

- ① ۶ ② 6.4 ③ ۷ ④ 7.2

۶۹- اگر $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$ و x در ربع اول باشد، $\tan x$ کدام است؟

- ① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $8\sqrt{5}$ ④ $\frac{2}{\sqrt{5}}$

۷۰- در تجزیه‌ی عبارت $(x^2 - 6x - 4)^2 - 144$ کدام عامل وجود ندارد؟

- ① $x - 8$ ② $x - 4$ ③ $x + 2$ ④ $x + 4$

۷۱- ساده شده‌ی عبارت $\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{75} - \frac{1}{2} \sqrt{196}$ کدام است؟

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$



۷۲- حاصل عبارت $\frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x+y} - \frac{2x^2y}{x^2-y^2}$ برابر با کدام است؟

④ $\frac{x}{y}$

③ $x-y$

⑤ xy

① $x+y$

۷۳- مقدار $\sqrt{4}\sqrt[5]{32}$ برابر با کدام است؟

④ $4\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{2}$

① $\sqrt{2}$

۷۴- حاصل $\frac{x^2-x-2}{x^2-5x+6} \div \frac{2x+2}{x^2-3x}$ کدام است؟

④ $x+1$

③ $\frac{x+2}{2}$

⑤ $2x-1$

① $\frac{1}{2}x$

۷۵- اگر $x < 0 < y$ باشد حاصل عبارت $\sqrt[4]{x^4y^4} + \sqrt[3]{x^3y^3} + \frac{\sqrt{xy^2}}{y}$ کدام است؟

④ $-\sqrt{y}$

③ $-\sqrt{x}$

⑤ \sqrt{y}

① \sqrt{x}



پاسخنامه تشریحی

۶۱ - گزینه ۴ مساحت هر چهارضلعی از نصف حاصل ضرب دو قطر در سینوس زاویه ی بینشان به دست می آید.

$$S = \frac{1}{2}(12)(8\sqrt{3})(\sin 60^\circ) = (48\sqrt{3})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 24 \times 3 = 72$$

۶۲ - گزینه ۳

$$A = \frac{\sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 1} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{3} + 1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{\frac{4-3+12}{12}} = \frac{1}{\frac{13}{12}} = \frac{12}{13}$$

$$A = \frac{12}{13} \Rightarrow \frac{13A}{2} = \frac{13}{2} \times \frac{12}{13} = 6$$

۶۳ - گزینه ۱

$$\left(\frac{1}{\cos \theta} - 1\right)\left(\frac{1}{\cos \theta} + 1\right) = \frac{1}{\cos^2 \theta} - 1 = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \tan^2 \theta$$

۶۴ - گزینه ۲

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}\right)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4}$$

۶۵ - گزینه ۴ باتوجه به ناحیه هر یک از زوایا و دایره مثلثاتی:

الف) $\sin 75^\circ \xrightarrow{\text{ربع اول}} \sin 75^\circ > 0$

ب) $\cos 345^\circ \xrightarrow{\text{ربع چهارم}} \cos 345^\circ > 0$

ج) $\tan 195^\circ = \frac{\sin 195^\circ}{\cos 195^\circ} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \frac{\sin 195^\circ}{\cos 195^\circ} < 0 \Rightarrow \tan 195^\circ < 0$

د) $\cot 13^\circ = \frac{\cos 13^\circ}{\sin 13^\circ} \xrightarrow{\text{ربع دوم}} \frac{\cos 13^\circ}{\sin 13^\circ} < 0 \Rightarrow \cot 13^\circ < 0$

۶۶ - گزینه ۱

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$a, b \geq 0$, n زوج

I) $\sqrt{27} = \sqrt{3 \times 3^2} = \sqrt{3} \times \sqrt{3^2} = 3\sqrt{3}$

II) $\sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3}$

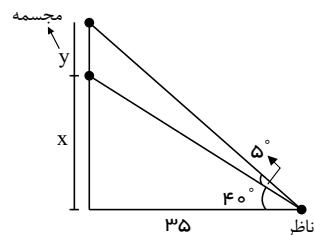
$\xrightarrow{I, II} \sqrt{27} + \sqrt[4]{9} = 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha \tan \alpha &= \cos \alpha \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \sin \alpha < 0 \\ \sin \alpha \cos \alpha &> 0 \xrightarrow{\sin \alpha < 0} \cos \alpha < 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{ربع سوم}$$

۶۷ - گزینه ۳



۶۸ - گزینه ۳



۶۹ - گزینه ۴

$$\tan 40^\circ = \frac{x}{35}$$

باتوجه به شکل

$$\tan 40^\circ = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{x}{35} = \frac{1}{10} \Rightarrow x = 28m$$

$$\tan 45^\circ = \frac{x+y}{35} = 1 \Rightarrow x+y=35 \Rightarrow 28+y=35$$

$\Rightarrow y = 7m$ ارتفاع مجسمه ۷ متر است.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9} \rightarrow \sin x = \pm \frac{2}{3} \xrightarrow{x \text{ در ربع اول}} \sin x = \frac{2}{3}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

۷۰ - گزینه ۴

$$(x^2 - 6x - 4)^2 - 144 = (x^2 - 6x - 4)^2 - 12^2$$

$$\xrightarrow{\text{مزنوج}} ((x^2 - 6x - 4) - 12)((x^2 - 6x - 4) + 12)$$

$$= (x^2 - 6x - 16)(x^2 - 6x + 8) = (x - 8)(x + 2)(x - 2)(x - 4)$$

۷۱ - گزینه ۱

$$\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{75} - \frac{1}{2}\sqrt{196} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{75} - \frac{14}{2}$$

$$= \frac{(2 - \sqrt{3})^2}{2^2 - (\sqrt{3})^2} + 5\sqrt{3} - 7 = \frac{4 + 3 - 4\sqrt{3}}{1} + 5\sqrt{3} - 7 = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

۷۲ - گزینه ۳

$$\frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x+y} - \frac{2x^2y}{x^2-y^2} = \frac{x^2(x+y) - y^2(x-y) - 2x^2y}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{x^3 + x^2y - y^2x + y^3 - 2x^2y}{x^2-y^2} = \frac{x^3 - x^2y - y^2x + y^3}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{x^2(x-y) - y^2(x-y)}{x^2-y^2} = \frac{(x^2-y^2)(x-y)}{x^2-y^2} = x-y$$

$$\sqrt[n]{a^n} = |a|, a \geq 0, \sqrt[n]{a^n} = a \text{ اگر } n \text{ فرد}$$

۷۳ - گزینه ۲

از داخلی ترین رادیکال شروع می کنیم:

$$\sqrt{4\sqrt{32}} = \sqrt{4\sqrt{2^5}} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

۷۴ - گزینه ۱

$$\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6} \div \frac{2x + 2}{x^2 - 3x} = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6} \times \frac{x^2 - 3x}{2x + 2} = \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x-3)} \times \frac{x(x-3)}{2(x+1)} = \frac{x}{2}$$

۷۵ - گزینه ۳

$$\sqrt[n]{a^n} = |a|, \sqrt[n]{a^n} = a \text{ اگر } n \text{ زوج}$$

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

اگر $a, b \geq 0$ زوج n

$$\sqrt[4]{x^4y^4} = \sqrt[4]{x^4}\sqrt[4]{y^4} = |x||y| = -xy$$

$$\sqrt[3]{x^3y^3} = \sqrt[3]{(xy)^3} = xy$$



$$\frac{\sqrt{xy^2}}{y} = \frac{\sqrt{x}\sqrt{y^2}}{y} = \frac{\sqrt{x}|y|}{y} = \frac{-y\sqrt{x}}{y} = -\sqrt{x}$$
$$\Rightarrow -xy + xy - \sqrt{x} = -\sqrt{x}$$

پاسخنامه کلیدی

۶۱ - ۴	۶۴ - ۲	۶۷ - ۳	۷۰ - ۴	۷۳ - ۲
۶۲ - ۳	۶۵ - ۴	۶۸ - ۳	۷۱ - ۱	۷۴ - ۱
۶۳ - ۱	۶۶ - ۱	۶۹ - ۴	۷۲ - ۳	۷۵ - ۳